



INSTITUCIÓN EDUCATIVA

LA MILAGROSA

RECUPERACIÓN- 2P Grado Pensar

100

- Franklin Pérez

El presente taller de ejercicios parte de lo trabajado durante el segundo período, en el grado Pensar.

Los estudiantes no necesitan imprimir el taller.

Para resolver cada ejercicio deben escribirlo y escribir su procedimiento para que sea válido.

Los ejercicios se desarrollan en hojas de block con portada norma APA.

LOS NÚMEROS ENTEROS

NÚMEROS POSITIVOS Y NÚMEROS NEGATIVOS

Para indicar las temperaturas por encima de cero ponemos delante del número el signo más y a las que están por debajo de cero, el signo menos.



Para expresar matemáticamente los pasos dados hacia delante o hacia atrás, el dinero que tenemos o el que debemos, la altura por encima del mar o por debajo, etc., utilizamos los números positivos y negativos.

+ 5 se lee más cinco. - 7 se lee menos siete.

1. Escribe con números positivos o negativos estas expresiones:

Quince grados positivos o sobre cero (+15°C)

a) Seis grados bajo cero.

b) La octava planta del edificio.

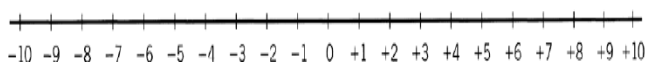
c) El tercer sótano.

d) La planta del edificio que está al nivel de la calle.

e) Gana 15 €

f) Pierde 10 €

LA RECTA NUMÉRICA. LOS NÚMEROS OPUESTOS



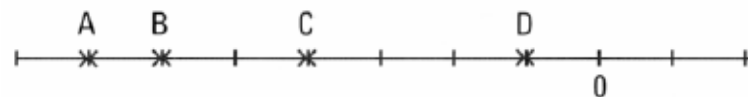
Los números positivos se representan en una recta horizontal a la derecha del punto 0, y los negativos a la izquierda.

Dos números que sólo se diferencian en su signo, se llaman **opuestos**. Todos los números tienen su opuesto. El opuesto de +3 es -3. El opuesto de -12 es +12

Los **números enteros** son el conjunto de números formado por los números positivos, los negativos y el cero.

2. Indica a qué números positivos y negativos se corresponden los puntos señalados.

(A = -7)

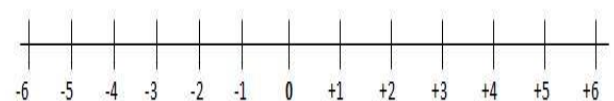


3. Escribe tres números comprendidos:

Entre - 4 y +1

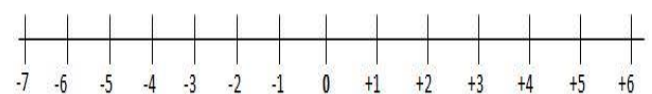
Entre + 1 y + 10

4. Sabiendo que el 0 de la siguiente recta entera corresponde a este año, representa los años que se indican.



- de rojo, el año que viene
- de azul, dentro de 4 años
- de amarillo, el año pasado
- de verde, hace 5 años

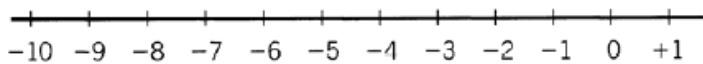
5. Observa la recta entera y escribe.



- Dos números menores que +4 y mayores que -2.
- Dos números menores que -3 y mayores que -7.

COMPARACIÓN Y ORDENACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Para comparar los números enteros nos fijamos en la recta numérica.

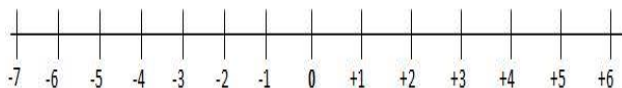


Cualquier número entero es mayor que otro situado a su izquierda

$$-1 > -7 \quad -5 < +6 \quad +3 > +2$$

Observa como el valor de los números crece en la recta numérica de izquierda a derecha. Por eso $-9 < -7$
 $+2 < +3$ $-2 < +6$

6. Ayúdate de la recta entera y ordena de mayor a menor los siguientes números.



- -2, +5, -1
 - +6, -3, -4, +1
- +4, +5, -6
 - +4, 0, -6, -2

7. Compara con los signos =, >, < estos pares de números:

$$-1 \quad +3 \quad +3 \quad +6 \quad -9 \quad -6 \quad +12 \quad -1 \quad 0 \quad -1$$

8. Ordena estas temperaturas de menor a mayor

a) -12°C b) $+21^{\circ}\text{C}$ c) $+12^{\circ}\text{C}$ d) $+31^{\circ}\text{C}$
 e) -4°C f) 0°C

9. Completa estas expresiones:

a) $-3 >$ b) $+12 <$ c) $0 >$
 d) $+6 >$

ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

Para sumar valores del mismo signo se suman los valores absolutos (los números) y se deja el mismo signo. Si son "+" (más) se deja "+" (más) y si son "-" (menos) se deja "-" (menos).

Ejemplo: $+4 + 2 = +6$

$-4 -$

$2 = -6$

Otra forma de hacer estas operaciones es recordar siempre que el signo "+" es lo que tenemos y el signo "-" es lo que debemos.

Ejemplo: Tengo 2 y tengo 3 y tengo 4 y tengo 5, en total tengo +14

$$+2 + 3 + 4 + 5 = +14$$

Debo 2 y debo 3 y debo 4 y debo 5, en total debo -14

$$-2 - 3 - 4 - 5 = -14$$

10. Rodea el resultado correcto.-

$(+6) + (-1)$

$+7 \quad +5 \quad -3 \quad +6$

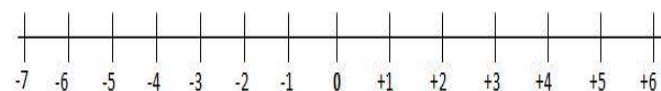
$(-2) + (+5)$

$+7 \quad -4 \quad -7 \quad +3$

$(-3) + (-2)$

$+5 \quad +1 \quad -1 \quad -5$

11. Observa esta recta entera y relaciona.



$(+2) + (+4)$

-6

$(-2) + (-5)$

-1

$(-5) + (+4)$

-7

$$(+1) + (-7)$$

+6

En la suma de números enteros se suele prescindir del signo de sumar y de los paréntesis, colocando los números uno a continuación del otro.

$$(-6) + (-8) = -6 - 8 = -14$$

$$(+3) + (+9)$$

$$= +3 + 9 = +12$$

$$(-3) + (+4) = -3 + 4 = +1$$

$$(-6) + (+2) =$$

$$-6 + 2 = -4$$

$$(+7) + (-9) = +7 - 9 = -2$$

$$(+7) + (-2) =$$

$$+7 - 2 = +5$$

12. Calcula las siguientes sumas de números enteros como en el ejemplo:

$$(-7) + (-3) = -7 - 3 = -10$$

$$(-12) + (+15) = \quad (-7) + (+3) =$$

$$(-8) + (-7) = \quad (+13) + (+8) =$$

$$(+14) + (-12) = \quad (+4) + (-16) =$$

$$(0) + (-3) = \quad (+4) + (0) =$$

13. Indica las sumas que son incorrectas.

$$-2 + 4 = +2 \quad -4 + 1 = -3 \quad -8 + 3$$

$$= +5 \quad -12 + 5 = -7$$

$$-7 - 9 = -2 \quad -4 - 3 = -7 \quad +16$$

$$-8 = -24 \quad -7 + 16 = -9$$

14. Calcula eliminando los paréntesis cuando sea preciso.

$$a) (+3) + (-4) + (-5) =$$

$$b) (-6) + (-12) + (-1) =$$

$$c) (+3) + (+21) + (-15) =$$

$$d) (-5) + (+7) + (-12) =$$

$$e) -6 - 11 - 4 + 45 =$$

$$f) +9 - 5 + 11 - 12 + 14 =$$

$$g) -15 + 3 + 6 - 12 + 17 =$$

$$h) +6 - 2 + 4 - 11 - 16 =$$

15. Calcula:

$$a) 20 - (17 - 20) - 16 =$$

$$c) -(2$$

$$b) -(15 - 25) + (7 - 18) - (16 + 9) =$$

$$d) ($$

$$a) -(12 - 8) - (27 - 36) - (-9 + 52) =$$

$$c) -($$

$$b) -(-5 - 20) + (17 - 28) - (-16 + 10)$$

$$d) (-$$

pienses que es muy difícil es muy sencillo.

Ejemplo: Tengo +3 y le quiero restar -5

+3 menos -5

+3 - (-5) colocar el nº negativo entre

paréntesis para diferenciarlo de la

operación de restar.

Vamos a realizar lo que nos dicen:

Hemos de cambiar la operación de restar

en una suma del número opuesto. Lo

realizamos:

Tengo +3 y le sumo el opuesto de -5, que

es +5, es decir:

Tengo +3 sumo +5

$$+3 + (+5) = +8$$

16. Realiza las siguientes restas: (Las dos primeras están resueltas).

a) $-2 - (-3)$, convierto la resta en suma del opuesto

$-2 + (+3)$ debo -2 y tengo +3, pago y me queda +1

$$-2 + (+3) = +1$$

b) $-2 - (+3) + (-2) - (+4) - (-5)$, convierto las restas en sumas del opuesto

$-2 + (-3) + (-2) + (-4) + (+5)$, debo -2 y debo -3 y debo -2 y debo -4 y tengo +5

Efectúo en mi mente: Sumo lo que tengo +5, sumo lo que debo -11, entonces debo -6

$$+5 - 11 = -6$$

$$c) +3 - (+4) - (-2) + (+2) - (+3) - (-4) =$$

$$d) +3 - (-2) + (-4) + (+2) - (-3) - (+2) =$$

$$e) -2 - (+2) - (+3) - (-4) + (+6) =$$

$$f) +5 - (+2) - (-3) + (-2) - (+4) =$$

$$g) -3 - (+2) - (-4) + (-3) - (+1) - (+3) =$$

SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Hemos de cambiar la operación de restar en suma del número opuesto. Aunque

18. Realiza las restas siguientes:

$$1. (-5) - (-4) - (+3) - (-7) + (+42) =$$

$$2. (+4) - (+6) - (-5) - (+1) - 0 - (-7) =$$

$$3. (-2) - (+8) - (+6) - (-3) - (-5) - (-7) =$$

$$4. (+7) - (-5) - (-4) - (+3) - (-5) - (-8) =$$

$$5. (-8) - (-6) - (-7) - (+2) - (-4) - (+6) =$$

6. $(+4) - (-6) - (-8) - (-3) - (+6) - (-9) - (+2) - (-5) - (+8) - (-11) =$
7. $(+3) - (+1) - (-9) - (-7) - (+5) - (+4) - (0) - (+8) - (-6) - (-4) =$
8. $(+1) - (+2) - (-3) - (-4) - (-5) - (-6) - (+7) - (+8) - (+9) - 0 =$
9. $(+7) - (-10) - (+4) - (+6) - (-2) - (+8) - (+3) - (-5) - (-9) - (+12) =$
10. $(+2) - (+12) - (-1) - (-11) - 0 - (+10) - (-3) - (+13) - (-4) - (-14) =$

Quando tenemos que operar (sumar y restar) muchos números enteros, podemos realizarlas de la siguiente forma:

Sumo lo que tengo, después sumo lo que no tengo (debo) y termino operando como opero los valores de distinto signo.

Ejemplo: $-2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 =$

Pienso en mi mente:

Sumo lo que tengo: $+3 + 5 + 7$ que son $+15$

Sumo lo que no tengo: $-2 - 4 - 6$ que son -12

Tengo $+15$ y debo -12 Pago lo que debo y me quedan $+3$

19. Realiza las siguientes sumas: (Las dos primeras están resueltas).

a) $11 - 3 + 2 - 4 =$

He sumado lo que tengo $11+2$, He sumado lo no tengo $-3 -4$ y después opero: $+13 -7 = +6$

b) $-3 - 2 + 4 - 6 = +4 - 11 = -7$

c) $-3 + 5 + 3 + 7 - 9 =$

d) $-8 + 5 + 2 - 4 - 7 =$

e) $3 - 6 + 8 + 1 - 10 - 4 + 2 =$

f) $-2 - 3 - 5 + 10 =$

g) $-3 - 2 - 5 + 6 + 4 + 9 =$

h) $-1 - 2 - 3 - 4 - 3 + 10 =$

i) $-4 + 5 - 2 + 5 + 2 - 2 + 3 =$

j) $-2 - 3 - 1 - 3 - 4 + 12 =$

k) $+3 + 4 + 3 + 4 - 8 - 5 + 10 =$

l) $-1 + 2 - 3 + 2 - 5 + 3 + 6 - 4 =$

Repasamos los paréntesis precedidos del signo "+" (más) como suma y del signo "-" (menos) como resta.

Al suprimir un paréntesis precedido del signo "+" (más), los signos interiores del paréntesis no varían. Es decir: Quitamos el paréntesis y dejamos a los números enteros con el mismo signo.

Ejemplo: $+(5 - 7 + 4) =$

Quitamos el paréntesis y dejamos el mismo signo.
 $5 - 7 + 4 =$

Seguimos operando (sumamos lo que tenemos, (tenemos $+5+4$), sumamos lo que no tenemos (-7)) Colocamos los resultados y terminamos la operación
 $9 - 7 = +2$

Al suprimir un paréntesis precedido del signo "-" (menos), los signos interiores del paréntesis se convierten en opuestos. Quitamos el paréntesis y ponemos los números opuestos. (Los más en menos y los menos en más)

$-(5 - 7 + 4) = -5 + 7 - 4 = 7 - 9 = -2$

$+(+a) = +a \quad +(-a) = -a \quad -(+a) = -a$

$-(-a) = +a$

20. Primero quita el paréntesis y después calcula:

a) $11 - (3 - 2 + 4 - 6) =$

b) $(6 - 5 + 7) - (3 - 2 - 8) =$

c) $(2 - 5) - (3 - 7) - (6 + 1) =$

d) $5 - (3 - 10) + (4 - 8 + 2) - (7 - 5 + 1) =$

e) $-(-2 + 10 - 3) + (7 - 9) - (1 - 2 + 9) =$

f) $2 - [6 - (12 - 3 - 1)] - 8 =$

g) $15 - [13 - (6 - 8)] =$

h) $(6 - 10) - [(5 - 3) - (4 - 6)] =$

i) $16 - [1 - (5 - (3 - 1) + (2 - 8))] - 20 =$

j) $- \{16 - [- (3 - 1 - 5) + 4] - 5\} =$

21. Sumas y restas de números enteros

1) $(-2) + (-3) =$

6) $(-5) + (+8) - (-2) =$

2) $(+3) - (+9) =$

7) $-3 + 12 - 6 - 5 + 11 =$

3) $(+8) - (+4) =$

8) $-35 + 16 - 11 + 25 =$

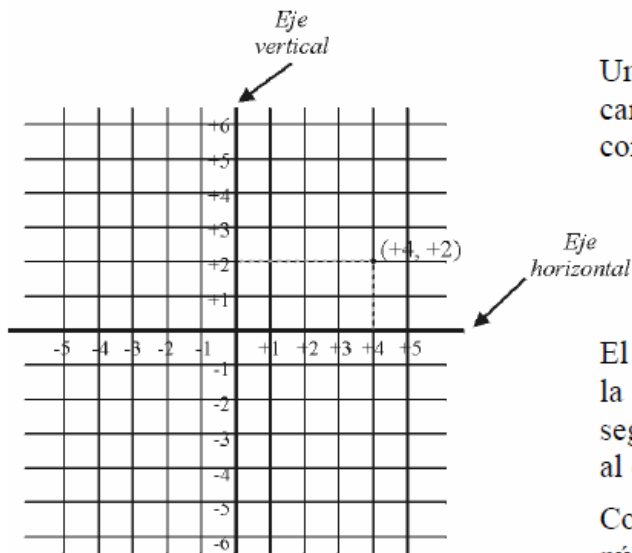
4) $(-6) + (-8) =$

9) $4 - 7 + 9 =$

5) $(+9) - (-6) =$

10) $+8 - 9 + 6 + 5 - 4 =$

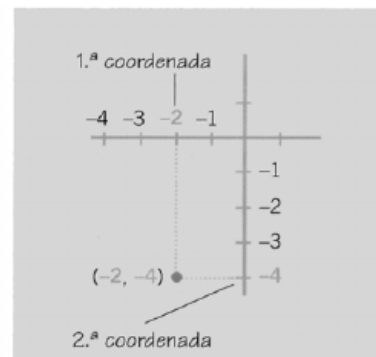
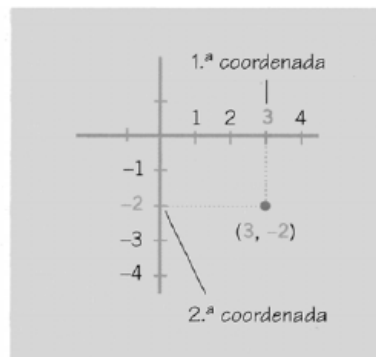
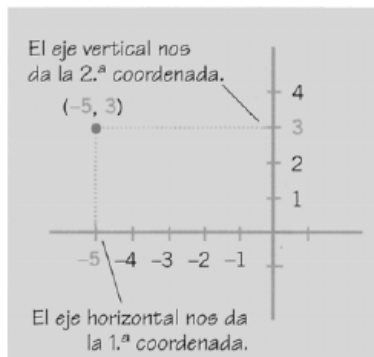
REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS EN EL PLANO



Una vez dibujadas las coordenadas cartesianas, a cada punto del plano le corresponde una pareja de números enteros.

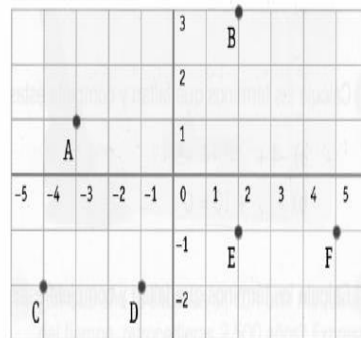
El primer número entero se corresponde con la perpendicular al eje horizontal y el segundo número entero con la perpendicular al eje vertical.

Como se puede ver abajo, las parejas de números enteros pueden aparecer representadas en cualquiera de los 4 cuadrantes.

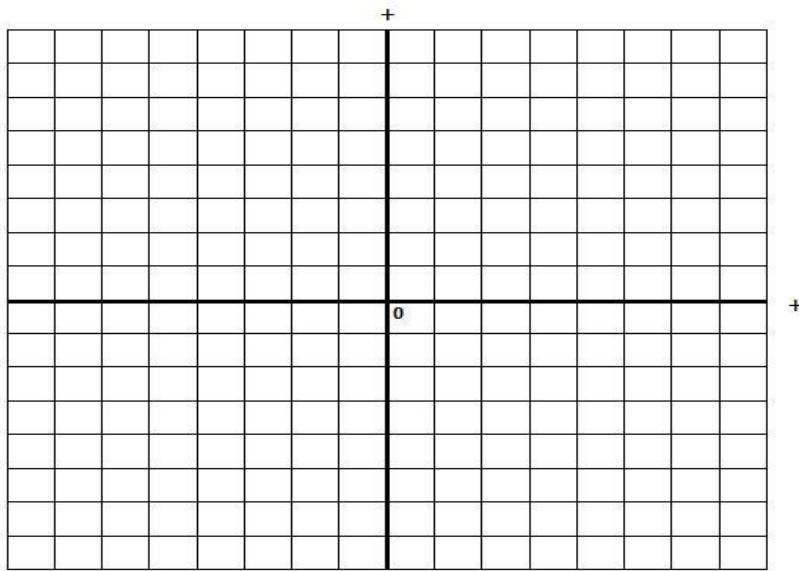


22. Observa y señala las coordenadas de cada punto.

A = (,) D = (,)
 B = (,) E = (,)
 C = (,) F = (,)



23. Dibuja en una cuadrícula los caminos que pasan por los puntos indicados.



- Camino rojo: $(-3, +1)$, $(-2, +1)$, $(-1, +1)$, $(+3, +2)$
- Camino verde: $(+1, -2)$, $(+1, -1)$, $(0, -1)$, $(-2, -2)$
- Camino azul: $(-1, +1)$, $(+1, 0)$, $(+2, -1)$, $(+2, +3)$
- Camino amarillo: $(+5, -1)$, $(+3, -2)$, $(0, -3)$, $(-2, -2)$

Observa los caminos dibujados y contesta.

- ¿Qué caminos pasan por el punto $(-1, +1)$
- ¿Qué caminos pasan por el punto $(-2, -2)$

PROBLEMAS.

- 1.- Un día de invierno, en el garaje de Juan, el termómetro marcaba 3 grados bajo cero. En el garaje de Mario el termómetro marcaba 9 grados bajo cero. ¿Dónde era la temperatura más alta?
- 2.- Pedro se encuentra en el cuarto sótano y Lorena se encuentra en el tercer sótano. ¿Qué niño se encuentra más cerca de la planta baja?
- 3.- Magdalena vive en la primera planta. Para ir a ver a su amiga Lucía tiene que subir tres plantas. ¿En qué planta vive Lucía?
- 4.- María sacó del congelador un caldo que estaba a 2 grados bajo cero. Lo puso a calentar y la temperatura subió 6 grados. ¿A qué temperatura está ahora el caldo? ¿Con qué número entero se puede representar esta temperatura?
- 5.- En la casa donde vive Lucas hay varios sótanos. Lucas salió de la segunda planta y bajó cuatro plantas para coger su coche. ¿En qué sótano está el coche de Lucas? ¿Con qué número entero se puede representar esta planta?
- 6.- Alberto estaba en una cueva a un metro por debajo del nivel del mar. Esta mañana bajó cinco metros más. ¿A cuántos metros bajo el nivel del mar se encuentra ahora Alberto?

Tema 2: Potencias y raíces.

1. Observa los ejemplos y escribe como se leen las siguientes potencias.

7^1 : siete a la uno. 8^1 :

3^2 : tres al cuadrado. 4^2 :

5^3 : cinco al cubo. 10^3 :

8^4 : ocho a la cuarta. 9^4 :

6^5 : seis a la quinta. 7^5 :

9^{16} : nueve a la decimosexta. 6^{17} :

14^{28} : catorce a la vigésimo octava. 18^{36} :

2. Observa los ejemplos e indica cuáles son los **términos de las potencias** siguientes.

3^2 : La **base** es 3 y el **exponente** es 2. 5^7 : La base es y el exponente es

8^4 : La base es y el exponente es 13^6 : La base es y el exponente es

7^5 : La es 7 y el es 5. 12^0 : La es 12 y el es 0.

4^9 : 2^7 :

3. Observa los ejemplos y calcula.

Para calcular una potencia se multiplica la base tantas veces como indica el exponente.

a) $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$ g) $0^5 =$

b) $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ h) $7^3 =$

c) $7^1 = 7$ (observa que el exponente 1 no sirve de nada y por eso no se pone) i) $4^1 =$

d) $8^4 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 4096$ j) $3^4 =$

e) $9^2 =$ k) $2^5 =$

f) $6^3 =$ l) $1^7 =$

4. Observa los ejemplos y calcula.

Cualquier potencia de exponente 0 es 1, salvo 0^0 que no se puede calcular.

$9^0 = 1$ $7^0 = 1$ $6^0 =$ $8^0 =$ $4^0 =$ $12^0 =$ $927^0 =$

$0^0 =$ No se puede $0^0 =$ $0^0 =$ $0^0 =$

5. Observa los ejemplos y expresa como única potencia.

Producto (multiplicación) de potencias con la misma base: se deja la base y se suman los exponentes.

a) $5^4 \cdot 5^2 = 5^6$ b) $7^3 \times 7^2 = 7^5$ c) $3^7 \cdot 3 = 3^8$ (si no hay exponente es porque es 1)

d) $8^5 \cdot 8^4 =$ e) $1^3 \times 1^4 =$ f) $2^5 \cdot 2 =$

g) $3^9 \cdot 3^7 =$ h) $2^{10} \cdot 2^{13} =$ i) $8 \times 8^{45} =$

j) $2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^2 =$ k) $7^2 \cdot 7^3 \cdot 7^4 =$ l) $3^2 \cdot 3 \cdot 3^4 =$

5. Observa los ejemplos y expresa como única potencia.

Cociente (división) de potencias con la misma base: se deja la base y se restan los exponentes.

a) $5^8 : 5^2 = 5^6$ b) $7^3 : 7^0 = 7^3$ c) $3^6 : 3 = 3^5$ (si no hay exponente es porque es 1)

d) $8^5 : 8^2 =$ e) $1^9 : 1^4 =$ f) $2^5 : 2 =$

g) $3^9 : 3^7 =$ h) $2^{57} : 2^{10} =$ i) $8^5 : 8^4 =$ (el exponente 1 no se pone)

j) $\frac{3^7}{3^5} = 3^2$ k) $\frac{2^{12}}{2^8} =$ l) $\frac{9^5}{9} =$

m) $\frac{5^{10}}{5^7} =$ n) $\frac{7^{25}}{7^{15}} =$ ñ) $\frac{3^5}{3^4} =$

6. Observa los ejemplos y expresa como única potencia.

Potencia de una potencia: se deja la base y se multiplican los exponentes.

a) $(7^2)^3 = 7^6$ b) $(5^4)^3 = 5^{12}$ c) $(2^5)^3 =$ d) $(9^7)^2 =$

e) $(4^8)^5 =$ f) $(1^4)^2 = 5^{12}$ g) $(3^9)^0 =$ h) $(6^3)^9 =$

i) $[(7^4)^5]^3 = 7^{60}$ j) $[(4^2)^5]^9 =$ k) $[(5^3)^2]^8 =$ d) $[(2^4)^0]^6 =$

7. Utiliza las propiedades de las potencias, vistas en los 3 ejercicios anteriores (estate atento a cuál de las tres corresponde en cada caso) y expresa como única potencia:

a) $2^9 \cdot 2^3 =$ b) $(5^4)^3 =$ c) $7^8 : 7^6 =$ d) $(5^9)^2 =$

e) $3^{10} : 3^6 =$ f) $2^8 : 2 =$ g) $\frac{5^{10}}{5^7} =$ h) $9^4 \cdot 9^3 =$

i) $6^4 \times 6^0 =$ j) $\frac{4^{17}}{4^7} =$ k) $(3^8)^2 =$ l) $0^4 \times 0^7 =$

8. Utiliza las propiedades de las potencias para escribirlo como única potencia y luego calcula:

a) $2^3 \cdot 2^2 = 2^5 = 32$ b) $3^8 : 3^6 =$ c) $\frac{5^9}{5^7} =$ d) $2^3 \cdot 2 =$

e) $3^{11} : 3^9 =$ f) $(2^2)^3 =$ g) $\frac{9^6}{9^4} =$ h) $3 \times 3^3 =$

i) $10^4 \times 10^2 =$ j) $\frac{1^{17}}{1^7} =$ k) $(3^8)^2 =$ l) $0^4 \times 0^7 =$

9. Utiliza las propiedades de las potencias (puedes tener que utilizar más de una en cada apartado) y expresa como única potencia:

a) $(2^5 \cdot 2^3) : 2^4 = 2^8 : 2^4 = 2^4$ b) $(5^2)^3 \cdot 5^3 =$ c) $6^3 \cdot 6^8 : 6^6 =$ d) $(3^9)^2 : (3^2)^5 =$

e) $3^5 \cdot (3^{10} : 3^8) =$ f) $\frac{7^{10} \cdot 7^4}{7^6} =$

g) $9^4 \cdot 9^3 \cdot (9^2)^7 =$ h) $\frac{4^{20} : 4^{14}}{4^3 \cdot 4^2} =$ i) $(3^8 \cdot 3^2)^5 =$

10. Observa los ejemplos y expresa como única potencia.

Producto (multiplicación) de potencias con el mismo exponente: se multiplican las bases y se deja el exponente.

a) $5^4 \cdot 3^4 = 15^4$ b) $7^3 \times 2^3 = 14^3$ c) $3^7 \cdot (-8)^7 = (-24)^7$ d) $8^5 \cdot 4^5 =$

e) $1^6 \times 7^6 =$ f) $(-2)^5 \cdot 3^5 =$ g) $3^9 \cdot (-4)^9 =$ h) $9^{10} \cdot 2^{10} =$

i) $(-8)^4 \times (-6)^4 =$ j) $2^3 \cdot 5^3 \cdot 7^3 =$ k) $4^2 \cdot (-5)^2 \cdot 3^2 =$ l) $(-3)^5 \cdot (-2)^5 \cdot (-4)^5 =$

11. Observa los ejemplos y expresa como única potencia.

Cociente (división) de potencias con el mismo exponente: se dividen las bases y se deja el exponente.

a) $8^5 : 2^5 = 4^5$ b) $21^2 : 7^2 = 3^2$ c) $15^6 : (-3)^6 = (-5)^6$ d) $\frac{6^7}{3^7} = 2^7$

e) $8^9 : 1^9 =$ f) $24^5 : 2^5 =$ g) $(-20)^9 : 5^9 =$ h) $(-30)^7 : (-6)^7 =$

i) $8^4 : (-4)^4 =$ j) $\frac{9^5}{3^5} =$ k) $\frac{10^8}{2^8} =$ l) $\frac{(-36)^5}{9^5} =$

m) $\frac{5^{10}}{1^{10}} =$ n) $\frac{(-14)^{25}}{(-7)^{25}} =$ ñ) $\frac{30^4}{(-3)^4} =$ o) $\frac{49^8}{7^8} =$